



一个新的地面气压倾向方程及 其在天气系统中的应用

汇报人：马占宏

国防科技大学 气象海洋学院

2023. 08. 10

主要作者：马占宏、费建芳、张德园等

Outline

1

问题的引入

2

方程新形式的推导

3

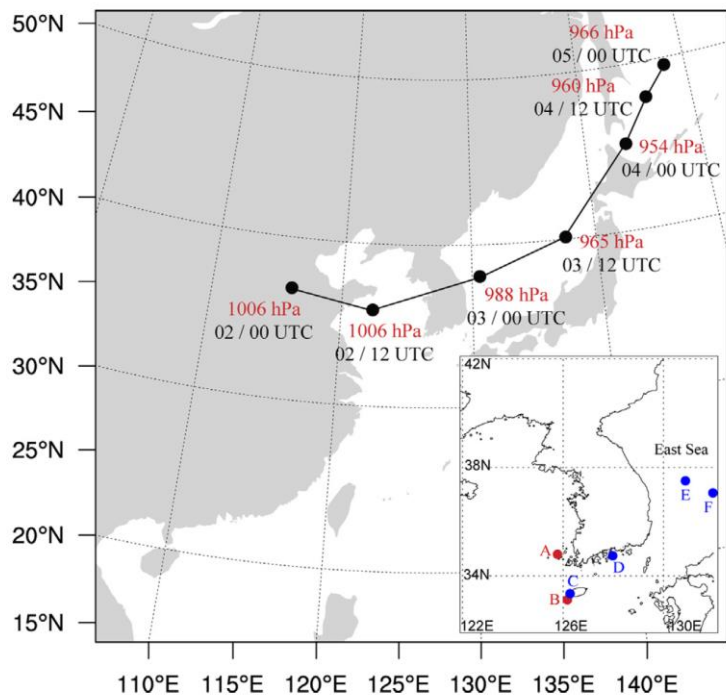
真实天气系统中的推广

4

总结与讨论

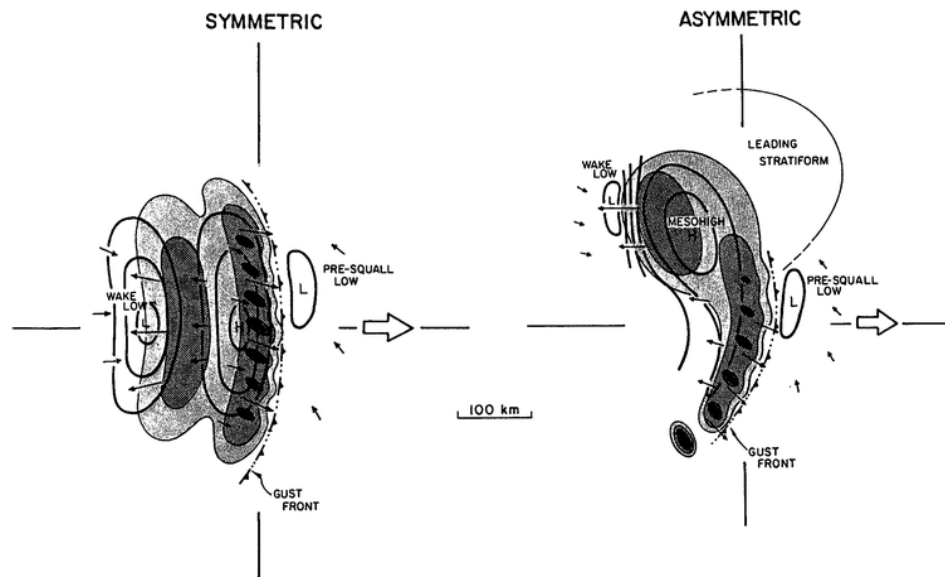
一、问题的引入

■ 地面气压对天气系统的指示意义



(Heo et al. 2012)

- ◆ 地面气压反映了天气尺度系统（热带气旋、温带气旋、反气旋）的位置和强度信息

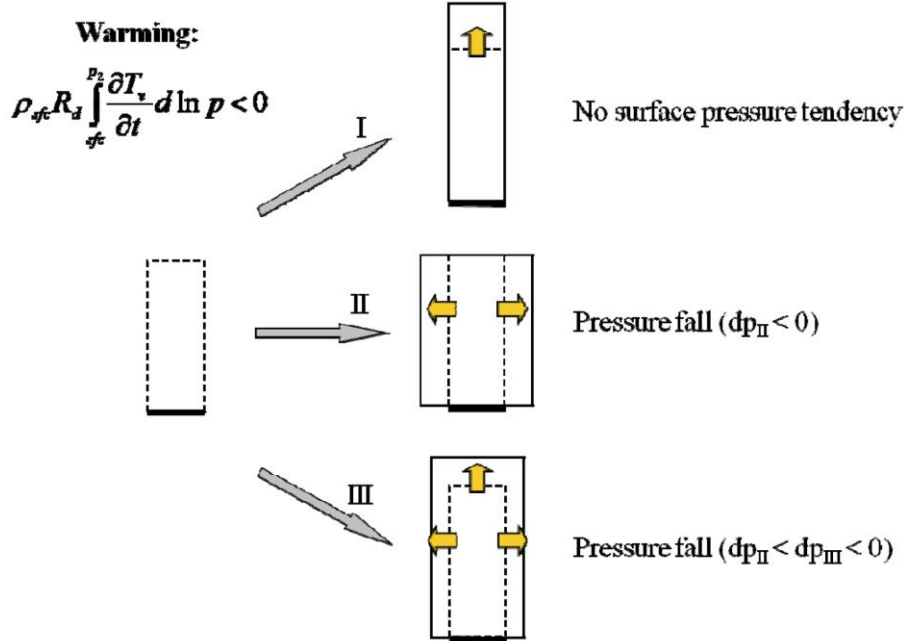


(Loehrer and Johnson, 1995)

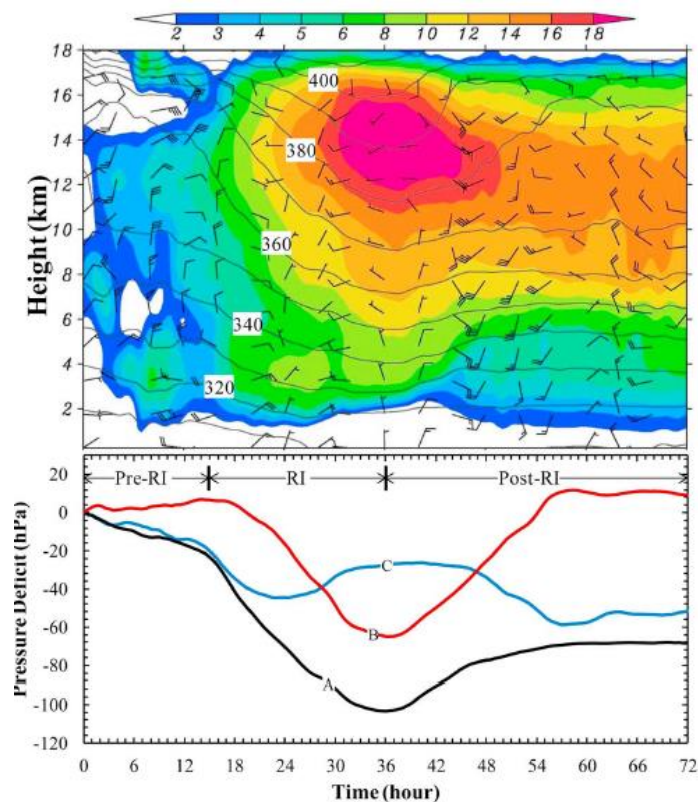
- ◆ 强对流引起的中尺度高压和中尺度低压对于中尺度对流系统的发展也有重要指示意义

一、问题的引入

■ 地面气压倾向方程的物理意义



(Fink et al. 2012)



(Zhang and Chen 2012)

- ◆ 不同高度的温度平流、对流潜热、湍流输送等过程引起大气辐合辐散，导致地面气压变化
- ◆ 这些物理过程对于天气系统的发展具有多大贡献？
 - 地面气压倾向方程 (surface pressure tendency equation, SPTE)

一、问题的引入

■ SPTE的历史发展

基于定义的地面气压倾向方程:

$$\frac{\partial p_s}{\partial t} = -g \int_0^{z_t} (\nabla \cdot \rho \vec{V}) dz$$

$$\frac{\partial p_s}{\partial t} = \frac{\partial p_t}{\partial t} - g \int_{z_s}^{z_t} \mathbf{v}_h \cdot \nabla_h \rho dz - g \int_{z_s}^{z_t} \rho \nabla_h \cdot \mathbf{v}_h dz - (g \rho_t w_t - g \rho_s w_s)$$

不显含各类物理过程, 辐合辐散项数量级大于其他各项, 容易产生较大计算误差

状态方程替换密度后的地面气压倾向方程:

$$\frac{\partial p_s}{\partial t} = \frac{p_s}{p_t} \frac{\partial p_t}{\partial t} + \frac{p_s g}{R} \int_{z_s}^{z_t} \left[\frac{1}{T^2} \vec{v}_h \cdot \nabla_h T + \frac{w}{T^2} (\gamma - \alpha) - \frac{1}{T^2} \frac{dT}{dt} \right] dz \quad (\text{Panofsky 1944})$$

等压面上的地面气压倾向方程:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_s}{\partial t} = & \frac{\rho_s}{\rho_t} \frac{\partial p_t}{\partial t} + g \rho_s \int_{z_s}^{z_t} \left(u \frac{\delta \ln T}{\delta x} + v \frac{\delta \ln T}{\delta y} \right) dz \\ & - g \rho_s \int_{z_s}^{z_t} \left(\frac{d \ln T}{dp} - \frac{\delta \ln T}{\delta p} \right) \frac{dp}{dt} dz \\ & - g \rho_s \int_{z_s}^{z_t} \frac{d \ln T_{na}}{dt} dz \end{aligned} \quad (\text{Godson 1948})$$

一、问题的引入

■ SPTE的历史发展

引入热力学方程的地面气压倾向方程：

$$\frac{\partial p_s}{\partial x} = \frac{p_s}{p_t} \frac{\partial p_t}{\partial t} - \rho_s g \int_{z_s}^{z_t} \left[-\vec{v} \cdot \nabla_p \ln T_v + \frac{R}{g} \left(\Gamma + \frac{\partial T_v}{\partial z} \left(\frac{\omega}{p} \right) + \frac{\dot{Q}}{c_p T} \right) \right] dz \quad (\text{Hirschberg 1991, 1995})$$

$$\frac{\partial p_s}{\partial t} = \frac{g p_s}{R T_{us}} \frac{\partial z_t}{\partial t} - \frac{p_s}{T_{us}} \int_{p_t}^p \left(\frac{\partial T_v}{\partial t} \right) d \ln p + \text{RES} \quad (\text{Knippertz 2008, 2009})$$

$$\frac{\partial p_1}{\partial t} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{\partial p_2}{\partial t} - \rho_1 g \int_{z_1}^{z_2} \left[-\vec{v} \cdot \nabla_p \ln T_v + \frac{R}{g} \left(\Gamma_m^* + \frac{\partial T_v}{\partial z} \left(\frac{\omega}{p} \right) - \frac{\dot{Q}}{c_p T} \right) \right] dz \quad (\text{Kong 2006})$$

TERMS in the surface pressure tendency equation	RISE of surface pressure if	FALL of surface pressure if
$\vec{v} \cdot \nabla_p \ln T_v$	There is cold air advection.	There is warm air advection.
$-\left(\frac{g}{c_p} + \frac{\partial T_v}{\partial z} \right) \frac{\omega}{p}$	<ul style="list-style-type: none"> Ascent occurs in a statically stable environment. 	<ul style="list-style-type: none"> Descent occurs in a statically stable environment.
	<ul style="list-style-type: none"> Descent occurs in an absolutely unstable environment. 	<ul style="list-style-type: none"> Ascent occurs in an absolutely unstable environment.
$-\frac{\dot{Q}}{T}$	There is diabatic cooling	There is diabatic heating

一、问题的引入

■ SPTE的历史发展

引入热力学方程的地面气压倾向方程:

A recent example by Fink et al.

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} \right) = -\frac{g}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right) = \frac{g}{\rho} \left(\vec{v} \vec{\nabla}_p \rho + \omega \frac{\partial \rho}{\partial p} - \frac{d\rho}{dt} \right)$$

$$g \frac{1}{\rho} \vec{v} \vec{\nabla}_p \rho = -g \frac{\vec{v}}{T_v} \vec{\nabla}_p T_v$$

$$g \frac{1}{\rho} \omega \frac{\partial \rho}{\partial p} = -g \frac{\omega}{p} \left(1 + \frac{R_d}{g} \cdot \frac{\partial T_v}{\partial z} \right)$$

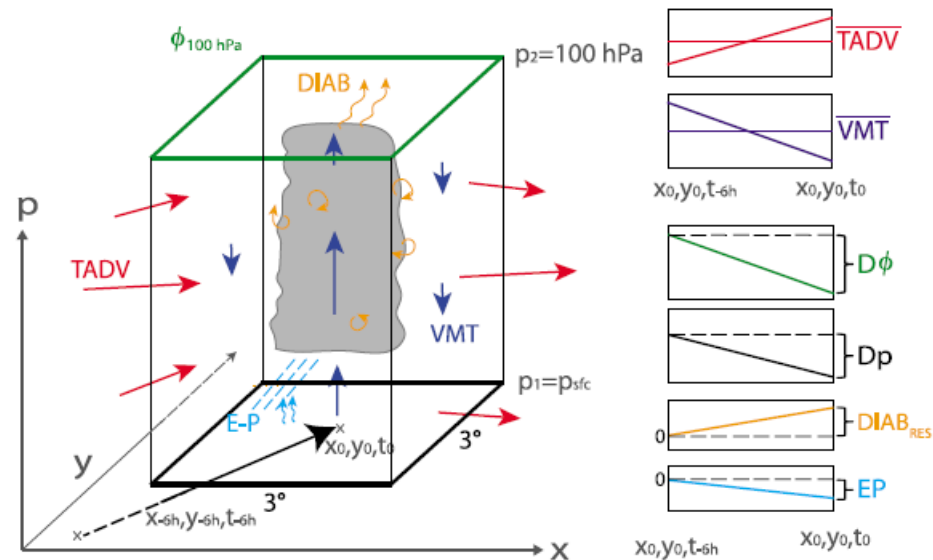
$$g \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = g \left(\left(1 - \frac{R_d}{c_p} \right) \cdot \frac{\omega}{p} - \frac{\dot{Q}}{c_p T} - \frac{T}{T_v} \cdot 0.608 \cdot \frac{dq}{dt} \right)$$



$$\frac{dp_s}{dt} = \rho_s \frac{d\phi_t}{dt}$$

$$+ \rho_s R \int_{p_s}^{p_t} -\mathbf{v}_p \cdot \nabla_p T_v d \ln p + \rho_s R \int_{p_s}^{p_t} \left(\frac{RT_v}{c_p p} - \frac{\partial T_v}{\partial t} \right) \frac{\omega}{p} d \ln p$$

$$+ \rho_s R \int_{p_s}^{p_t} \frac{T_v \dot{Q}}{c_p T} d \ln p + \rho_s R \int_{p_s}^{p_t} 0.608 \cdot T \frac{dq}{dt} d \ln p + g(E - P)$$



(Fink et al. 2012)

一、问题的引入

■ SPTE的历史发展

地面气压倾向方程的本质：

- 基于静力平衡假设
- 状态方程与热力学方程的结合

存在的主要问题：

- 不引入热力学方程则物理意义不够明确
- 引入热力学方程后方程右侧含有气压倾向项

二、方程新形式的推导

$$\pi = (p/p_0)^{R_d/c_p}$$

π 形式的静力平衡方程:

$$\frac{\partial \pi}{\partial z} = -\frac{g}{c_p} \frac{1}{\theta}$$

对时间求导:

$$\frac{\partial^2 \pi}{\partial z \partial t} = \frac{g}{c_p} \frac{1}{\theta^2} \frac{\partial \theta}{\partial t}$$

从地面积分至大气层顶:

$$\frac{\partial \pi_s}{\partial t} = \frac{\partial \pi_t}{\partial t} - \frac{g}{c_p} \int_0^{z_t} \frac{1}{\theta^2} \frac{\partial \theta}{\partial t} dz$$

将 π 重新转换为气压:

$$\underbrace{\frac{\partial p_s}{\partial t}}_{PS} = \underbrace{C_0 p_s^\gamma \frac{\partial \pi_t}{\partial t}}_{PT} + \underbrace{C_1 p_s^\gamma \int_0^{z_t} \frac{1}{\theta^2} \frac{\partial \theta}{\partial t} dz}_{THEN}$$

引入位温倾向方程:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = (-\mathbf{v}_h \cdot \nabla_h \theta) - w \frac{\partial \theta}{\partial z} + \frac{dQ}{dt}$$

完整的气压倾向方程:

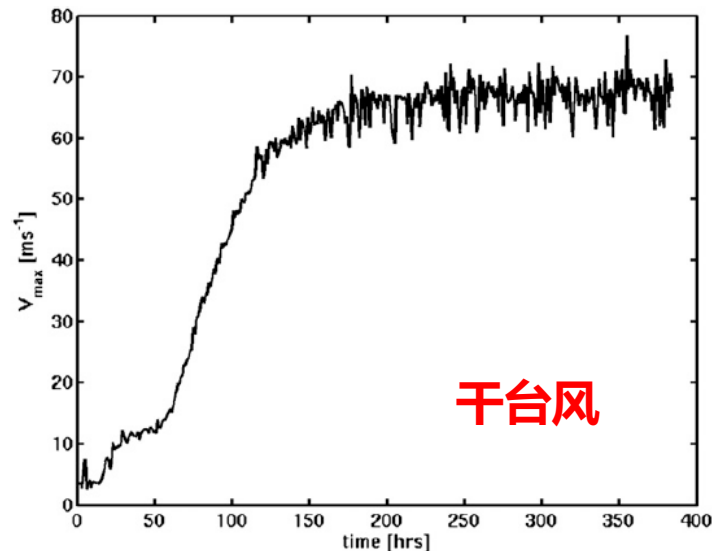
$$\begin{aligned} \frac{\partial p_s}{\partial t} &= C_0 p_s^\gamma \frac{\partial \pi_t}{\partial t} \\ &+ C_1 p_s^\gamma \int_{z_s}^{z_t} \frac{1}{\theta^2} \left((-\mathbf{v}_h \cdot \nabla_h \theta) - w \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) dz \\ &C_1 p_s^\gamma \int_{z_s}^{z_t} \frac{1}{\theta^2} \frac{dQ}{dt} dz \quad \text{非绝热项} \end{aligned}$$

- 非绝热项可以进一步分为湍流、耗散、辐射、湿过程...
- 根绝不同积分高度可以衡量不同高度上各物理过程的贡献

三、方程在天气系统中的应用

■ 方程在理想台风中的应用

Because the net enthalpy flux across the air–sea interface, rather than the individual sensible and latent heat fluxes, controls a hurricane’s intensity, Emanuel (1995) concluded that spray cannot affect the *net* enthalpy transfer. The marine boundary layer must supply all the latent heat required to evaporate the spray droplets. As we shall show here, however, Emanuel’s (1995) conclusions hold only if all the sea spray evaporates. If some of the spray falls back into the sea—that is, is *re-entrant*—an appreciable sea–air enthalpy flux results.



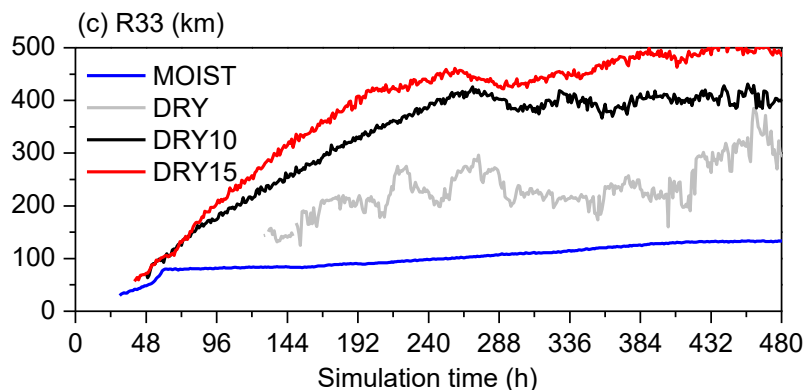
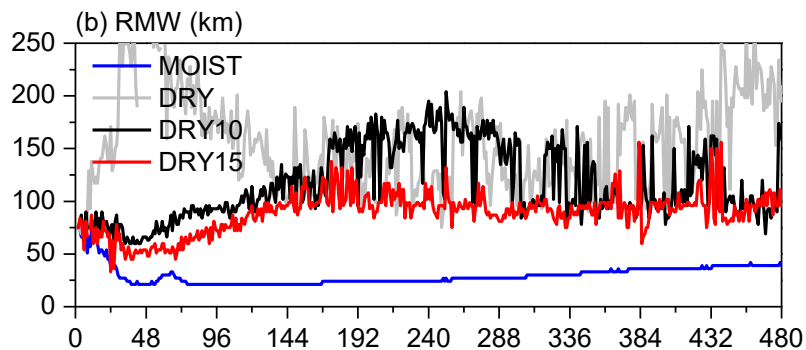
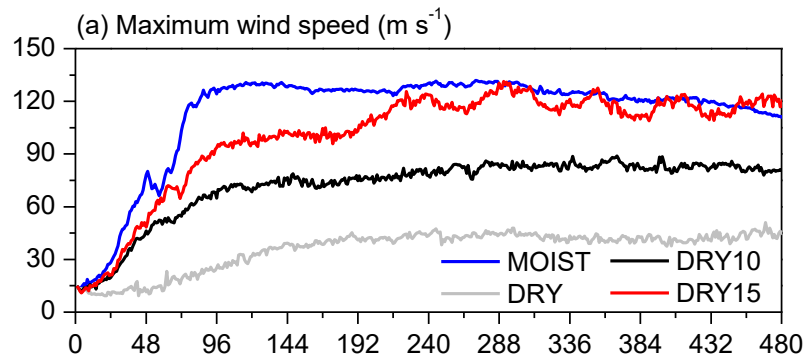
$$Fk = \rho V [\underbrace{C_h c_{pd} q (T_s - T_a)}_{\text{SHX?}} + \underbrace{C_q L_v (Q_{sfc} - Q_a)}_{\text{LHX?}}]$$

(Andreas and Emanuel 2001 JAS)

(Mrowiec 2011 JAS)

- ◆ 洋面焓通量（潜热通量和感热通量）是台风发展加强的主要能量来源(Andreas and Emanuel 2001 JAS)
- ◆ 水汽不是台风发展的必要条件 (Mrowiec 2011 JAS; Cronin and Chavas 2019 JAS; Wang and Lin 2020 JAS)
- ◆ 潜热通量和感热通量对热带气旋发展贡献和机制是否相同？

三、方程在天气系统中的应用



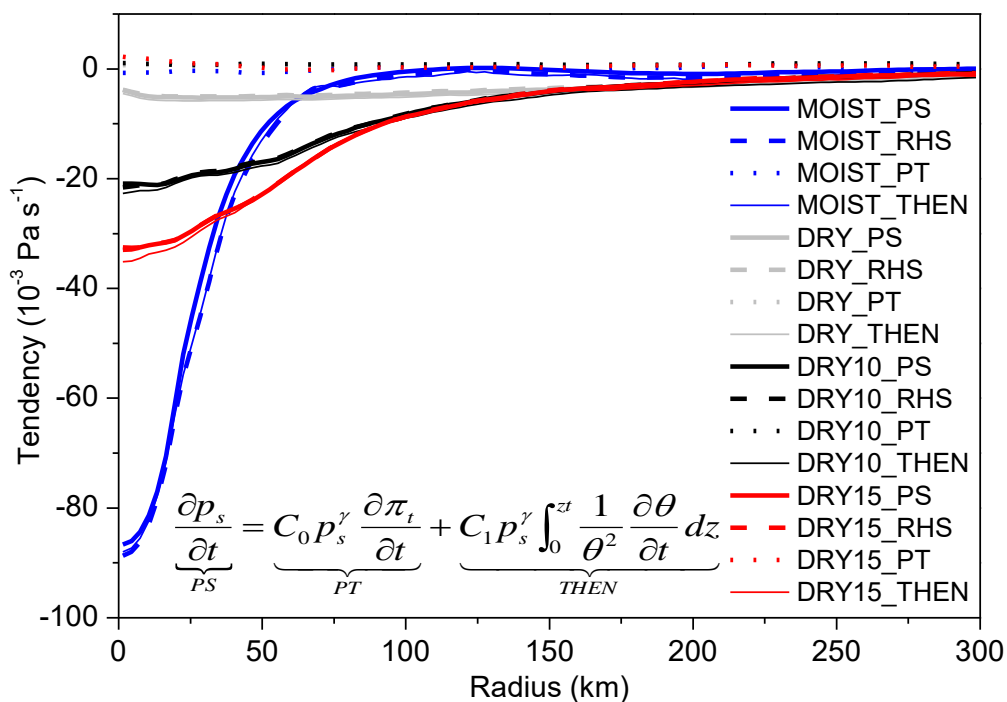
Expt.	Maximum intensification period	Intensification rate (24 h)
MOIST	56-80 h	51.4 m s^{-1}
DRY	42-66 h	11.1 m s^{-1}
DRY10	23-47 h	26.6 m s^{-1}
DRY15	25-49 h	31.6 m s^{-1}

- ◆ The SHX is much less effective than the LHX in intensifying a storm (62.7%).
- ◆ The SHX effect on intensification depends on the neutral or thermally unstable depth.
- ◆ The storm size is substantially larger for dry TC than moist TC.

台风的强度和尺度演变

三、方程在天气系统中的应用

■ SPTE诊断结果



倾向方程各项径向分布

- ◆ 湿台风的气压倾向远大于干台风
- ◆ 湿台风中更大的气压倾向径向梯度，有利于动能的增加
- ◆ 湿台风的加强速率更大

三、方程在天气系统中的应用

CM1模式下的位温倾向方程：

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \left(-u \frac{\partial \theta}{\partial x} - v \frac{\partial \theta}{\partial y}\right) - w \frac{\partial \theta}{\partial z}$$

$$+TURB + DIFF + MOIST$$

$$+RADIATION + DISS$$

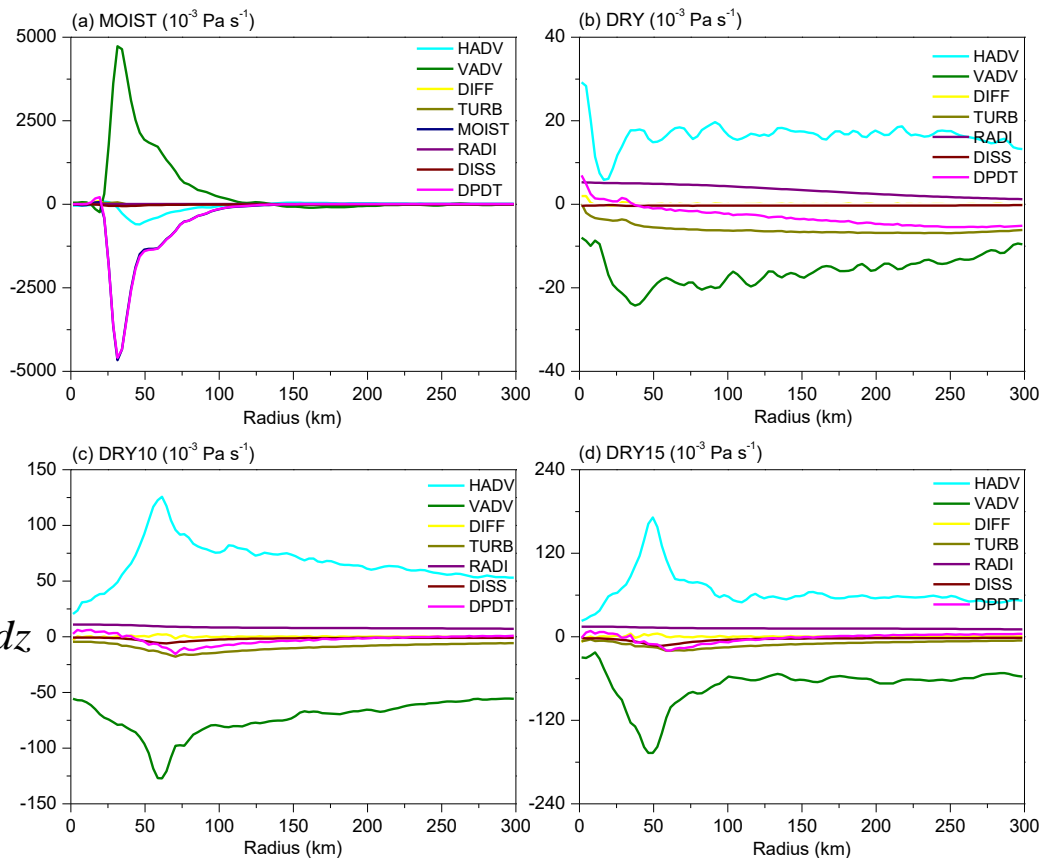
将位温倾向方程代入原式：

$$\frac{\partial p_s}{\partial t} = C_1 p_s^\gamma \int_0^{z_t} \frac{1}{\theta^2} (HADV + VADV + TURB$$

水平平流 垂直平流 湍流项

$$+DIFF + MOIST + RADIATION + DISS) dz$$

耗散项 湿过程 辐射效应 耗散加热

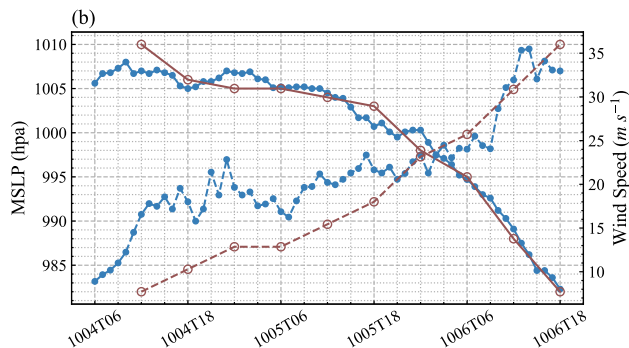
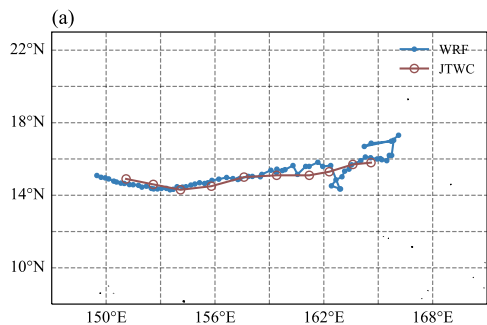


◆ 湿台风中，与潜热相关的湿过程对气压降低的贡献最显著

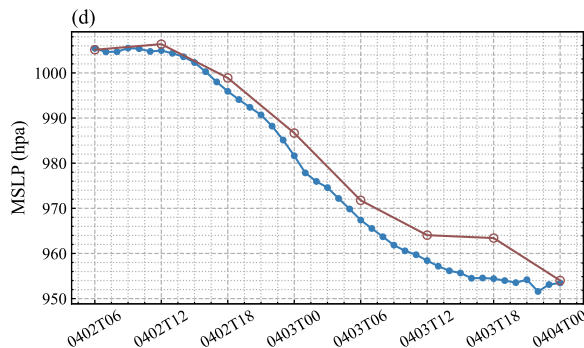
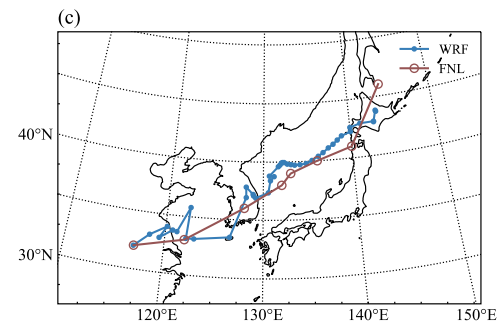
◆ 干台风中，湍流过程及耗散加热对其发展起主导作用

三、方程在天气系统中的应用

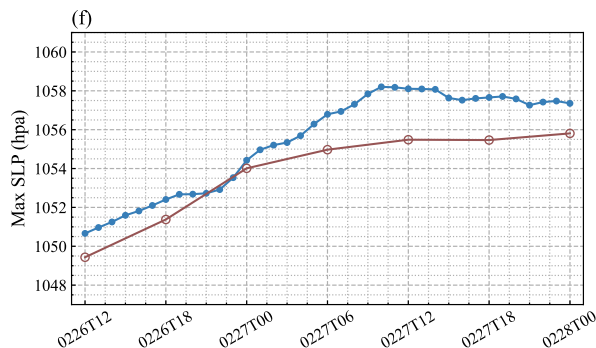
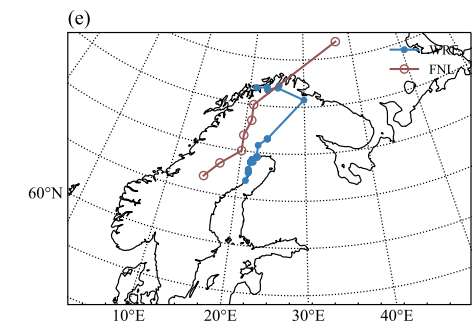
方程在真实天气系统中的应用



超级台风 Hagibis
(October, 2019)



爆发性气旋
(April, 2012)



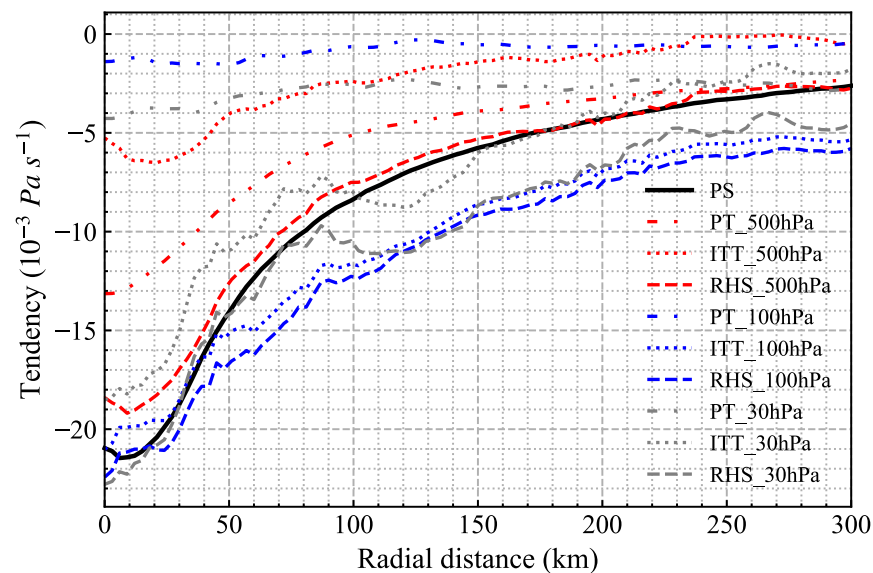
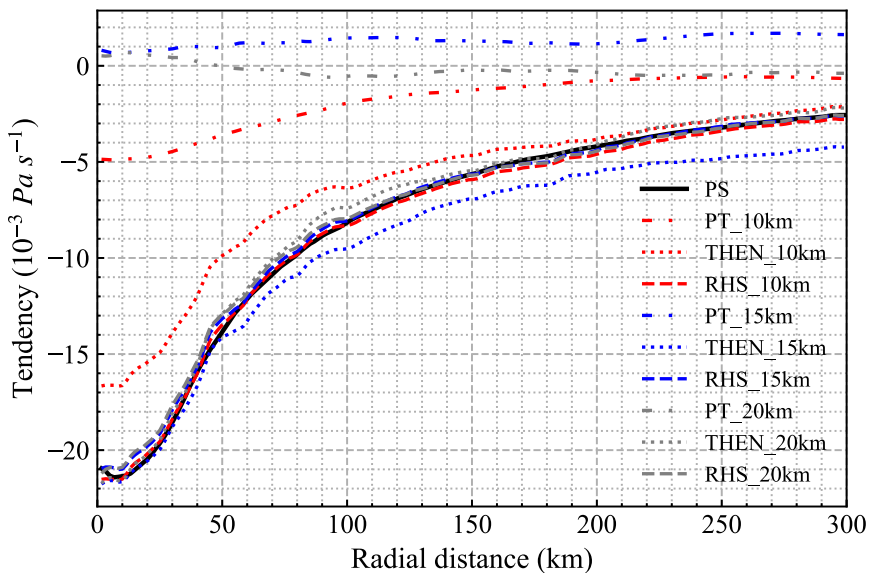
反气旋
(February, 2018)

WRF模拟结果

三、方程在天气系统中的应用

新SPTE的验证与对比

超级台风 Hagibis



$$\underbrace{\frac{\partial p_s}{\partial t}}_{PS} = \underbrace{C_0 p_s^\gamma \frac{\partial \pi_t}{\partial t}}_{PT} + \underbrace{C_1 p_s^\gamma \int_0^{zt} \frac{1}{\theta^2} \frac{\partial \theta}{\partial t} dz}_{THEN}$$

$$\underbrace{\frac{\partial p_{sfc}}{\partial t}}_{PS} = \underbrace{\rho_{sfc} \frac{\partial \phi_{p_2}}{\partial t}}_{PT} + \underbrace{\rho_{sfc} R_d \int_{sfc}^{p_2} \frac{\partial T_v}{\partial t} d \ln p}_{ITT}$$

(Fink et al. 2012)

新形式的SPTE在计算上更为稳定和准确

三、方程在天气系统中的应用

时间演变

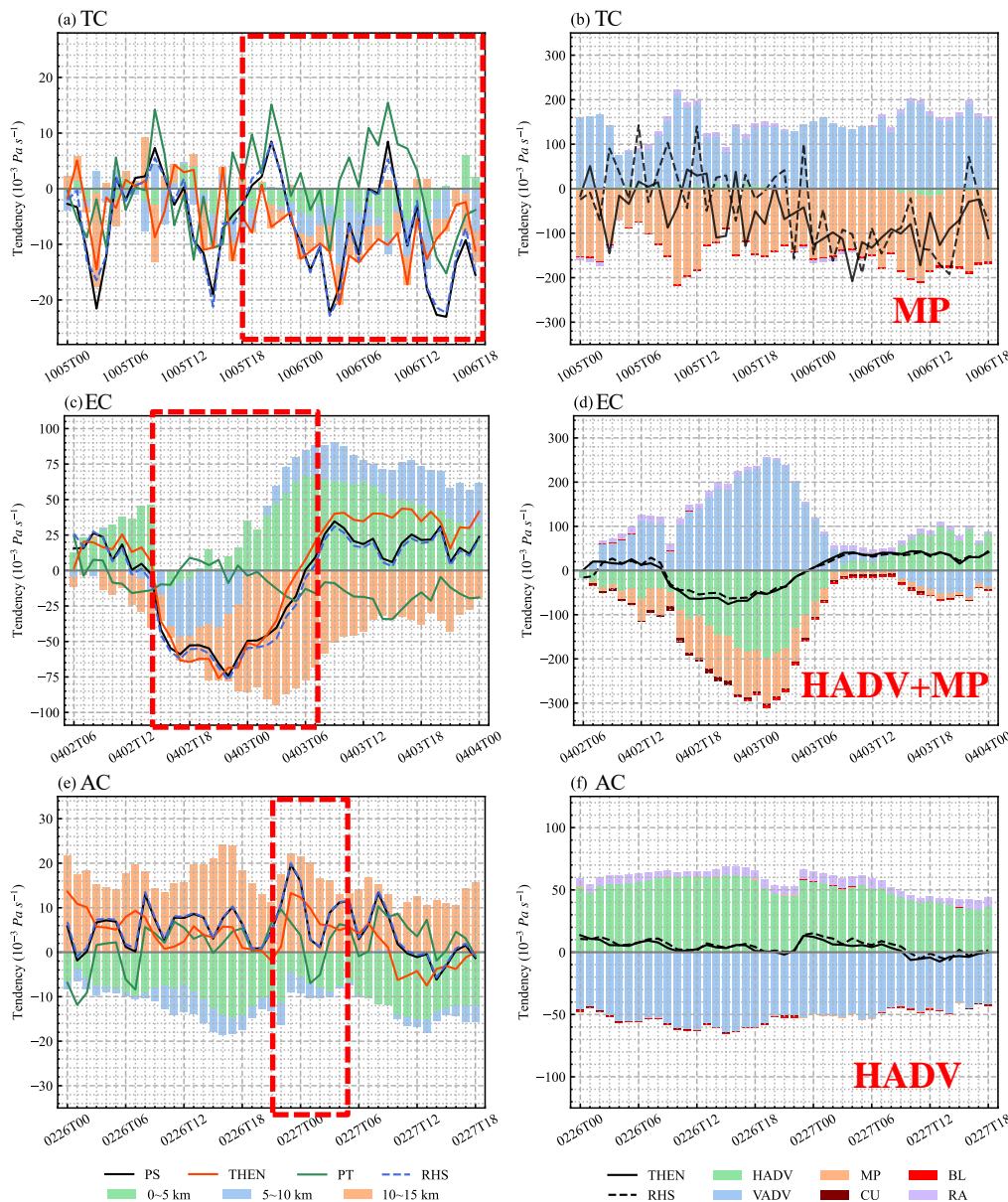
WRF模式下的位温非绝热项:

$$\frac{dQ}{dt} = \dot{Q}_{MP} + \dot{Q}_{CU} + \dot{Q}_{RA} + \dot{Q}_{BL}$$

- 微物理方案 (MP) 和积云对流方案 (CU) 包含对流潜热等湿过程
- 辐射方案 (RA) 包含长波辐射、短波辐射等辐射过程
- 边界层方案 (BL) 包含湍流、耗散等过程

◆ 在时间演变上, 新形式的 SPTE 计算结果同样稳定

◆ 三个天气尺度系统不同层次以及不同物理过程对系统发展的贡献有明显差异

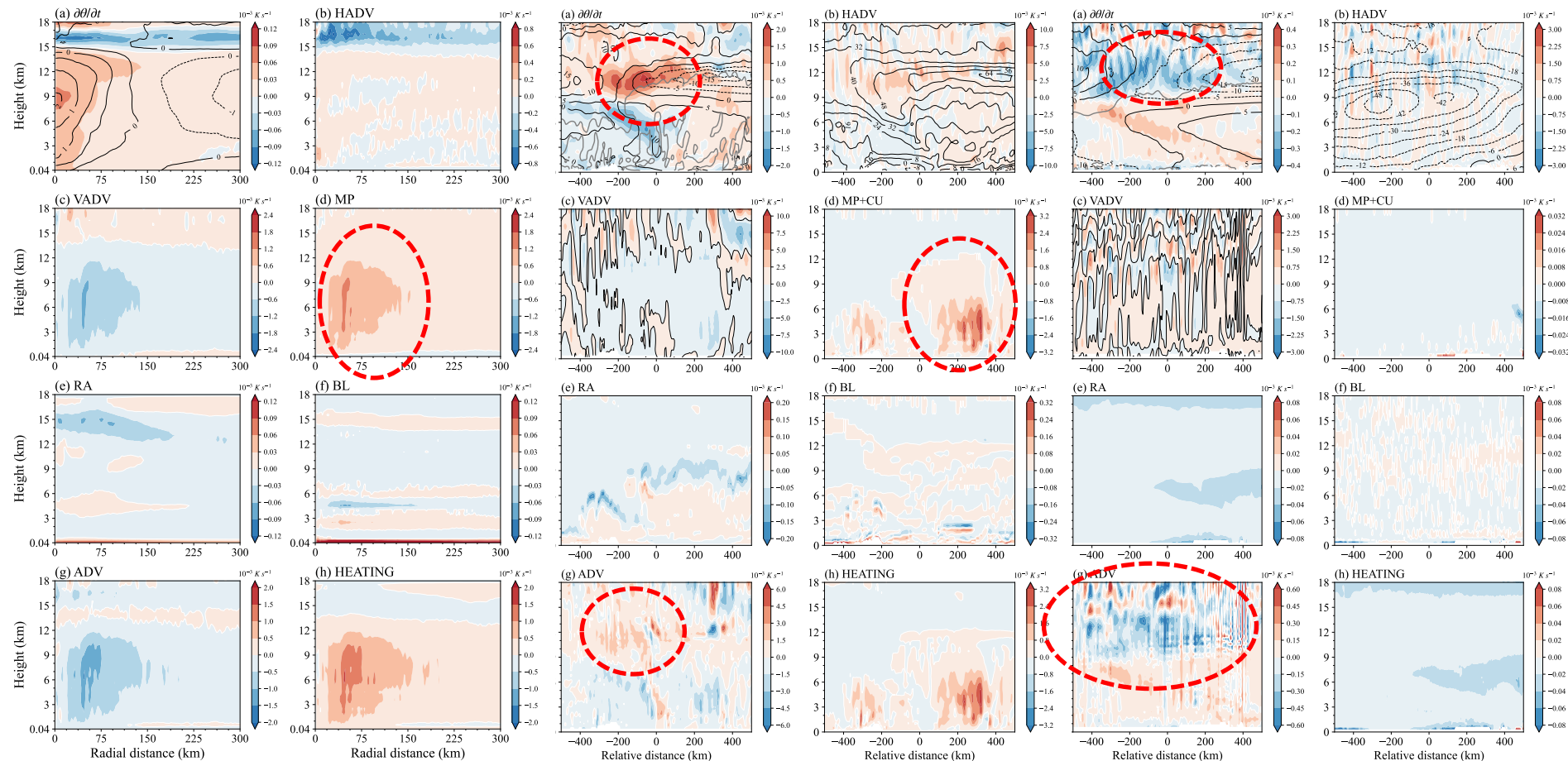


三、方程在天气系统中的应用

热带气旋

爆发性气旋

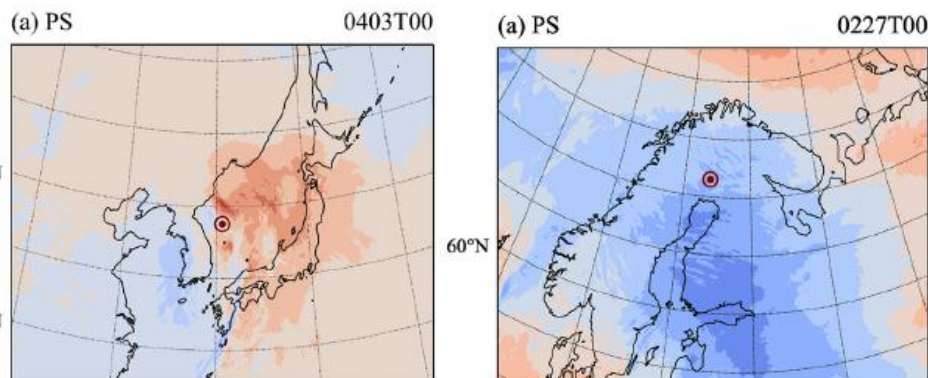
反气旋



- ◆ 扩展到较高层的深对流是热带气旋加深的主要过程
- ◆ 伴随对流层折叠引起的高空暖平流和垂直扩展相对较小的对流共同促进爆发性气旋的加强
- ◆ 反气旋主要在高空平流层冷平流作用下加强

三、方程在天气系统中的应用

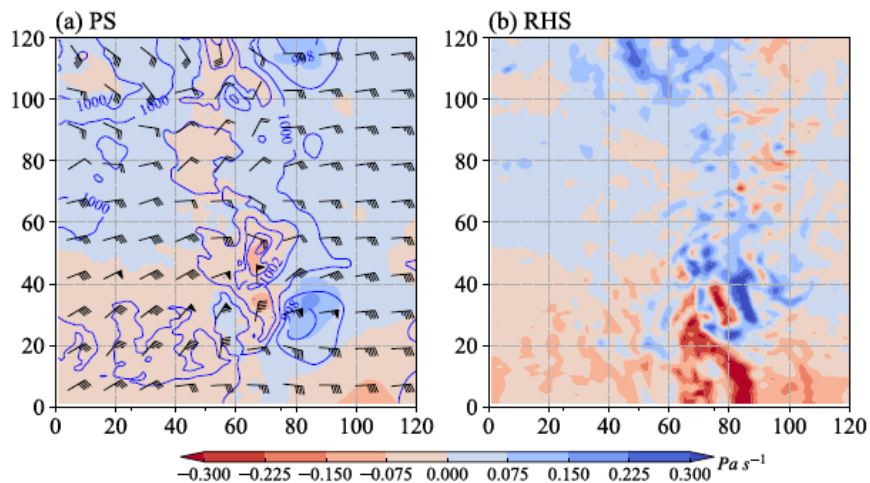
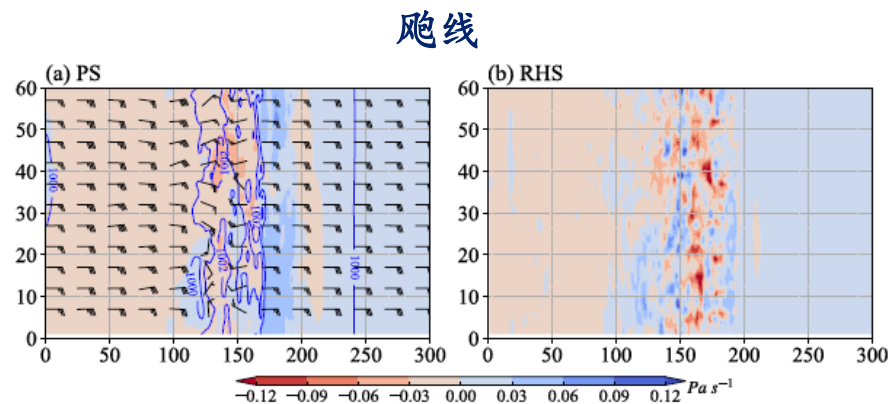
■ 方程的局限性



温带气旋

反气旋

天气尺度系统



超级单体

中尺度系统

四、总结与讨论

- ◆ 新形式的地面气压倾向方程解决了以往方程右端隐含气压倾向的问题，并在理想热带气旋以及三个典型天气尺度系统中得到了良好的应用
- ◆ 该方程能够量化不同的绝热和非绝热过程，以及不同高度内发生的物理过程，从而是一个进行个例挑选、分析、诊断和对比的有效工具
- ◆ 利用该方程，我们发现：
 - (1) 感热通量对热带气旋加强的效率要低于潜热通量
 - (2) 温度平流和对流潜热的释放对爆发性气旋加深的贡献同样重要
 - (3) 冷平流是高空反气旋增强的主导因子
 - (4) 方程在中尺度系统的应用具有局限性

请批评指正

Ma, Z., and J. Fei, 2022: A Comparison between Moist and Dry Tropical Cyclones: The Low Effectiveness of Surface Sensible Heat Flux in Storm Intensification. *J. Atmos. Sci.*, doi:10.1175/JAS-D-21-0014.1.

Zhang, D., and Ma, Z., 2023: The generalized application of a new surface pressure tendency equation in synoptic weather systems. *J. Geophys. Res.: Atmos.*, doi:10.1029/2023JD038580.